Problema 1

a) Sa se arate ca numerele 1, 2, …, 9 se pot aseza intr-un patrat 3×3 astfel
incat suma pe linii, coloane si diagonale sa fie aceeasi. Cate solutii exista?

Cosmin Nițu, Bucureşti

b) Aflati suma tuturor resturilor obtinute prin impartirea la 13 a 333 numere naturale consecutive ,stiind ca daca impartim pe cel mai mic dintre ele la 13 obtinem restul 4.

G.M. 7-8-9/2011

Solutii:

a) Se arată că suma elementelor pe o linie sau coloană este 15, iar în centrul pătratului trebuie să se afle numărul 5……………………….1p
O soluție este, de exemplu.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

………………………………………………………….1p

In total există 8 soluții care se obțin de la aceasta prin rotații şi simetrii în raport cu diagonala……………………………………….1p

b) Notam cu a cel mai mic dintre numere. Vom avea a=13c+4, c∈ℕ si a+332=13(c+25)+11 este cel mai mare dintre numere………..1p
Avem 24 de grupe complete de resturi de la 0 la 12 si inca doua grupe de resturi incomplete, una de la 4 la 12 si a doua de la 0 la 11……1p
Suma resturilor este 24(0 +1+….12) +(4+…12)+(0+1+….11)…..1p
Suma = 2010……………………………………………………1p

Problema 2

Aflați restul împarțirii numarului $N = 998\underbrace{99\,...\,91}_{n\ cifre}\ la\ 37$.

Gheorghe Duță, C.N.Radu Greceanu, Slatina

Solutie:

N+9=999·10^n……………………………………………………..2p
999=3·37· 9……………………………………………………1p
N=M_{37}-9…………………………………………………………..2p
N=M_{37} +28……………………………………………………..1p
Deci restul este 28………………………………………………1p

Problema 3

Se consideră şirul de numere naturale 1,2,4,3,9,27,4,16,64,256,... .

a) Care este al 15-lea termen al sirului ?
b) Este 64 termen al sirului ?Daca da ,precizati de cate ori apare in şir.
c) Ce termen avem pe poziția 2011?
d) Cate numere prime avem in primii 100 de termeni?

Ion Gusatu, C.N.Radu Greceanu, Slatina

Solutie:

a) Se observa ca termenii sirului au forma n^k unde n este natural nenul si k ia valori dce la 1 la n. Deci in sir urmeaza puterile lui 5 de la 5^1 la 5^5. Deci al XV-lea termen este 5^5=3225……………………………1p

b) 64=64^1 ; 64 =8^2; 64=4^3; 64=2^6. Apare de 4 ori…………………..1p

c) Sirul se compune din secvente de forma $n^1, n^2, ... n^n$. Fiecare secventa are inainte 1+2+3+…+n-1 pozitii iar ultimul din secventa este pe pozitia 1+2+…+n

Deci pozitia 2011 verifica conditia
$1+2+\ldots+n-1<2011\leq 1+2+\ldots+n \Rightarrow n=63$………………………………2p

Pozitia 2011 se afla in secventa 63^1, 63^2,…,63^{63}.

Cum inainte avem 1+2+…+62=1953 pozitii⇒ pe pozitia 2011 avem numarul 63^{58}..1p.

d) In mod analog pe pozitia 100 avem 14^9…………………………..1p

Numerele prime sunt 2, 3, 5, 7, 11, 13⇒6 nr…………………………1p