

Problema 1

Sa se scrie 2012 ca produsul a 2012 numere naturale astfel incat suma acestor numere sa fie cea mai mica posibila.

Marian Oporanu, C.N.Radu Greceanu , Slatina

Solutie

1p oficiu

2012 se poate scrie ca produs de 2012 numere natural astfel:

$$2012 = 2012 \cdot \underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \dots \cdot 1}_{2011 \text{ ori}}$$

Suma numerelor este $2012 + \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{2011} = 4023$

.....2p

$$2012 = 1006 \cdot 2 \cdot \underbrace{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{2010}$$

Suma numerelor este $1006 + 2 + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{2010 \text{ ori}} = 3018$2p

$$2012 = 503 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \underbrace{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{2009 \text{ ori}}$$

Suma numerelor este $503 + 2 + 2 + \underbrace{1 + \dots + 1}_{2009 \text{ ori}} = 2516$2p

$$2012 = 503 \cdot 4 \cdot \underbrace{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{2010 \text{ ori}}$$

Suma numerelor este $503 + 4 + \underbrace{1 + \dots + 1}_{2010 \text{ ori}} = 2517$

.....2p

Deci cea mai mica suma este 2516.....1p

Problema 2

La C.N."Radu Greceanu" se acorda anual bursa Gheorghe si Maria Nastase in suma totala de 2500 lei. Comisia de acordare a burselor constata in ultimul moment ca pe lista initiala a bursierilor mai trebuie adaugati inca cinci elevi si micsoreaza sumele alocate initial cu 25 lei .Sa se precizeze cati elevi trebuiau sa ia bursa initial si cat urmau sa primeasca daca nu apareau cei cinci bursieri in ultimul moment ?

Ion Tecu ,C.N.Radu Greceanu, Slatina

Solutie

1p oficiu

Presupunem ca pe lista initiala au fost n elevi. Micsorand cu 25 lei sumele acordate initial este echivalent cu faptul ca fiecare din cei n elevi aflati initial pe lista ofera cate 5 lei la cei 5 elevi adaugati pe lista. Pe noua lista fiecare elev va primi $5n$ lei.

.....4p

Vom avea in concluzie $(n + 5) \cdot 5n = 2500lei$2p

$\Leftrightarrow (n + 5) \cdot n = 500 lei \Rightarrow n = 20$ 2p

Initial fiecare elev primea 125 lei.....1p

Problema 3

Suma a 20 numere naturale nenule si distincte este egala cu 410. Aratati ca cel putin doua numere dintre acestea sunt impare.

G.M.

Solutie:

Daca prin reducere la absurd n-ar exista nici un numar impar si am considera cele mai mici numere pare 2,4,6,...,40 atunci suma lor este 420 ,care este mai mare decat 410.

De aici vom avea cel putin un numar impar ,insa cum suma este para vor fi cel putin doua numere impare.

Barem:

1p oficiu

Reducerea la absurd2p

Alegerea celor mai mici numere pare consecutive nenule3p

Suma lor=420>410.....2p

Finalizare.....2p