Concursul Interjudețean de Matematică "Bogdan Stan"
Ediția a I-a
Colegiul National "Radu Greceanu", Slatina, OLT
28-29 ianuarie 2011

Subiecte clasa a XI-a

Problema 1.

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 2 & 2 & 0\\ 1 & 4 & -3\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}2\\ 1\\ 5\end{pmatrix}$.

a) Să se arate că ecuația $AX=B$ are o infinitate de soluții $X \in M_{3,1}(C)$

b) Să se determine rangul matricei A^*, adjuncta matricei A.

***

Problema 2.

Considerăm mulțimea de matrice : $M=\left\{\begin{pmatrix}a & b\\ -b & a\end{pmatrix} \mid a,b \in R\right\}$. Să se arate că pentru fiecare $n \in N, n \geq 2$, mulțimea M conține exact două submulțimi H cu n elemente "stabile" la înmulțire, adică având proprietatea: $\forall X, Y \in H \Rightarrow XY \in H$.

Marcel Tena, Bucuresti

Problema 3.

Fie $(x_n)_n \subset R$ astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty}(x_{n+2011}-x_n)=L \in \overline{R}$. Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{n}$.

Cosmin Nițu, Bucureşti

Problema 4.

Fie $a \in R$ şi $f:(a,\infty) \to R$ o funcție convexă.

1.Să se arate că:

a) dacă $x_1, x_2, x_3 \in (a,+\infty)$ astfel încât dacă $x_1 < x_2 < x_3$, atunci $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} \leq \frac{f(x_3)-f(x_2)}{x_3-x_2}$

b) dacă $x=a$ este asimptotă verticală pentru f, atunci $\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty$ şi există $\alpha \in (a,+\infty)$ astfel încât f este strict descrescatoare pe (a,α)

c) dacă f admite asimptota orizontală $y=b$ la $+\infty$ şi exista $\beta \in (a,+\infty)$ astfel încât $f(x) \neq b, (\forall)x \in (\beta,+\infty)$ atunci f este strict descrescatoare şi $f(x) > b (\forall)x \in (a,+\infty)$

d) dacă f admite asimptota oblică $y=mx+n$, m<0 şi există $\beta \in (a,+\infty)$ astfel încât $f(x) \neq mx+n\ (\forall)x \in (\beta,+\infty)$ atunci f este strict descrescătoare şi $f(x) > mx+n\quad (\forall)x \in (a,+\infty)$

2. Dați exemple de funcții convexe $g,h:(1,+\infty) \to \Re$ astfel încat g sa aibă asimptotele $x=1, y=2$ şi $g(x) \neq 2\quad (\forall)x \in (1,+\infty)$ iar h sa admita asimptota $y=-3x+4$ si $h(x) \neq -3x+4\ (\forall)x \in (1,+\infty)$

Marin Toloşi, C. N. "Radu Greceanu" , Slatina

Notă
1. Timp de lucru: 2 ore pentru clasele IV, V şi 3 ore pentru clasele VI-XII.
2. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se redactează pe câte o coală separată.
3. Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte.

Concursul Interjudețean de Matematică "Bogdan Stan"
Ediția a I-a
Colegiul National "Radu Greceanu", Slatina, OLT
28-29 ianuarie 2011

Subiecte clasa a XI-a

4. Rezultate: http://greceanu.ro/concursuri/mate2011/